

LA DIVISION EUCLIDIENNE

I- Généralité :

Une fermière dispose de 125 œufs et veut les emballer par boîtes de 6.

Combien lui faut-il de boîtes ?

Le quotient et le reste de la division euclidienne de 125 par 6 permettent de trouver le résultat : il faut 21 boîtes.

20 d'entre elles seront pleines et la 21^e contiendra seulement 5 œufs.

Comment a-t-on procédé pour effectuer ce calcul ?

1- Définitions :

Considérons deux entiers positifs a et b , b étant différent de 0. La division euclidienne de a par b leur associe deux autres entiers notés q et r tels que $a = bq + r$, avec $r < b$.

Dans la pratique, on dispose la division euclidienne de a par b de la manière suivante :

a	b
r	q

a s'appelle le **dividende**, b le **diviseur**, q le **quotient** et r le **reste**.

Si on reprend l'énoncé de l'introduction, la division euclidienne correspondante est posée comme suit :

125	6
5	20

On a $125 = 6 \times 20 + 5$, avec $5 < 6$. On peut donc remplir 20 boîtes de 6 œufs et il reste 5 œufs qui nécessitent une 21^e boîte.

2- Technique :

Décrivons les étapes de calcul à partir d'un **exemple** : il s'agit de trouver le quotient et le reste de la division euclidienne de **78** par **4**.

En **7**, combien de fois **4** ? **1** fois.

$$1 \times 4 = 4 ; 7 - 4 = 3$$

On abaisse **8**.

En **38** combien de fois **4** ? **9** fois.

$$9 \times 4 = 36 ; 38 - 36 = 2$$

On n'a plus de chiffres à descendre, on arrête à cette étape le procédé de calcul.

On peut écrire $78 = 4 \times 19 + 2$. Le **dividende** est **78**, le **diviseur** **4**, le **quotient** **19** et le **reste** **2**.

3- Remarques :

Dans le cas où le diviseur est supérieur ou égal à **10** (il s'écrit donc avec au moins **deux** chiffres) la technique est la même.

- Dans une division euclidienne, le **reste** est **inférieur au diviseur**.

Ainsi, même s'il est vrai que $78 = 4 \times 18 + 6$, la figure ci-dessous ne traduit pas la division euclidienne de **78** par **4** (car **6** est supérieur à **4**).

- Si le **reste d'une division euclidienne est égal à 0**, alors le dividende est un multiple du diviseur. Réciproquement, si le dividende est un multiple du diviseur, alors le reste est égal à **0**.

- Certaines calculatrices affichent le quotient et le reste des divisions euclidiennes de **deux** entiers.